

考試科目	8/2/4 心理及教育統計學	系所別	心理系 二年級	考試時間	7月11日(三) 第IV節
------	-------------------	-----	---------	------	---------------

() 1. Z 分配為標準常態分配，Z 分數的公式為 $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ ，將原始分數轉換成 Z 分數是一種常見的資料標準化動作。假設有一筆呈負偏分配的資料，現在將它轉成 Z 分數，試問這個分數形成的分配為：(A) 常態分配 (B) 正偏分配 (C) 負偏分配 (D) 均等分配。

命中講義 P.47

心理與教育統計

III. 常態化標準分數(非直線轉換):

將分數轉換為直線標準分數，目的在使不同測驗分數可以比較，但是當兩個分數的分配明顯不同時，如一個常態，一個偏態，就無法加以比較，因此必須將原始分數都轉換為常態分配的標準分數，才可以在常態分配曲線下加以比較，此分數稱為「常態化標準分數」。

1. T 量表分數：

McCall 於 1922 年創用，與 T 分數一樣 $T=50+10Z$ ，但是 T 量表分數，經過「常態化」，一定是常態分配，目前 T 量表分數是使用最普遍的常態化標準分數。

2. 標準九(stanine)、Sten 分數、C 量表分數：不常考

標準分數的轉換方式與名稱：

1、直線轉換(linear transformation)，則稱為『直線標準分數』(linear standard score)

不管原始分配形狀為何，做過直線轉換後，分配形狀不會改變，例如：原始分數是常態分配，經直線轉換後，仍為常態分配；若是非常態分配則經直線轉換後，仍為非常態分配，因此其相對位置是不變的，像是 Z 分數。

2、非直線轉換(nonlinear transformation)，則稱為「常態化標準分數」(normalized standard score)

不管原始分配為何，做過非直線轉換後，其分配形狀會成為常態分配，例如原始分配為非常態分配，則必須轉換為常態分配(稱常態化)，它是一種非直線的轉換過程，因為分數之間的相對位置已經改變了，像是百分等級。

- () 3. 以下何者不是簡單線性迴歸模型的假設？(A) 預測變項須為等距量尺以上 (B) 依變項常態分配
(C) 預測變項與誤差沒有相關 (D) 誤差呈常態分配。

命中講義 P.183

心理與教育統計

12-5 迴歸分析

12-5-1 簡單線性迴歸(一元線性迴歸)

一、只根據一個「預測變項」來預測一個「效標變項」，稱為「簡單線性迴歸」(simple linear regression)或「單迴歸」。

迴歸方程式: $\hat{Y} = bX + a$

其中， b 是斜率(slope)或稱回歸係數(regression coefficient)； a 是截距(intercept)

二、迴歸的基本假定：

1. 常態性： $X_i \sim N.D.(\mu_X, \sigma_X^2)$ ； $Y_i \sim N.D.(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ； $e_i \sim N.D.(0, \sigma_e^2)$ 。
2. 直線性： X 和 Y 互為線性關係，即 $\hat{Y} = bX + a$ 。
3. 同質性：估計標準誤符合等分散性。
4. 獨立性： $\rho_{X_1X_2} = 0$ ； $\rho_{Y_1Y_2} = 0$ ； $\rho_{e_1e_2} = 0$ ； $\rho_{X_e} = 0$ ； $\rho_{Y_e} = 0$

三、違反假定時的統計分析：

1. 重新建立模式：如採用加權的最小平方法(WLS)。
2. 將變項加以轉換：如採用對數、平方根或倒數進行運算。

12-5-2 直線迴歸的預測步驟

一、利用原始分數預測：

在 X 預測變項與 Y 效標變相的散佈圖中，設法找出一條直線，使各點至此線而平行於 Y 軸的距離平方和最小，亦即「誤差的平方和」為最小值

($\sum(Y - \hat{Y})^2 = \min$) 則此直線即是由 X 變項預測 Y 變項的「最適合線」(best-fit line)或稱「迴歸線」，其方程式為 $\hat{Y} = bX + a$ 。此方法則稱為「最小平方法」(method of least square)。

$$\sum(Y - \hat{Y})^2 = \min$$

$\sum(Y - bX - a)^2 = \min$ 經「偏微分」，可知 b 、 a 多少時， $\sum(Y - bX - a)^2$ 為最小

() 7. 下列何者不是描述一個分配集中趨勢的指標 (A) 平均數 (B) 全距 (C) 眾數 (D) 中位數。

命中講義 P.24

心理與教育統計

第三章 集中量數

朱浩編制

一、集中量數(或趨中量數)(measures of central tendency): 用來描述集中情形的代表值, 可表示大部分的分數集中在那一個中心位置。

二、種類有五種: (後兩種很少使用, 故不談)

1. 算術平均數(arithmetic mean, M 、 $\bar{X}$)
 2. 中數(median, Md)
 3. 眾數(mode, Mo)
 4. 幾何平均數(geometric mean, GM)及調和平均數(harmonic mean, HM)
- 「不考」

I. 算術平均數

一、未歸類資料

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

已歸類資料

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

二、簡捷法

$$\bar{X} = AM + \left(\frac{\sum fX'}{N} \right) h$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \text{次數} \\ X' = \frac{X - AM}{h} \\ AM: \text{假定平均數} \\ h: \text{組距} \end{array} \right.$$

組別	組中點(X)	次數(f)	組中點×次數(fX)
75~79	77	1	77
70~74	72	2	144
65~69	67	4	268
60~64	62	5	310
55~59	57	8	456
50~54	52	10	520
45~49	47	9	423
40~44	42	7	294
35~39	37	4	148
30~34	32	2	64

$$\bar{X} = \frac{2780}{55} = 50.55 \text{分}$$

() 8. 下列關於 Z 分配和 t 分配的描述何者不正確？(A) t 分配的樣貌會隨著自由度而改變 (B) Z 分配的標準差永遠為 1 (C) 一般來說，Z 分配比 t 分配來得較為集中 (D) Z 分配和 t 分配都是由兩個參數決定。

命中講義 P.82

心理與教育統計

(2) t 分配與 Z 分配的比較

由 t 分配與標準常態分配(Z 分配)之重要表徵數的比較得知：

※ 相同處

1. 範圍在 $-\infty$ 與 $+\infty$ 之間。
2. 以 0 為中心的左右對稱分配。

※ 相異處

1. t 分配的變異程度較大。
2. t 分配的峰態為高狹峰，Z 分配的峰態為常態峰。
3. 只有 t 分配會受自由度影響

(3) χ^2 、F、t 統計量的定義與實用公式：

χ^2 、F、t 統計量所來自之母體分配皆為常態分配，當母體之平均數 μ ，變異數 σ^2 已知，則定義公式得以成立；但母數 μ 、 σ^2 常是統計推論的對象，此時就該使用實用公式。

(4) Z、 χ^2 、F、t 統計量間的關係

在自由度不同下，Z、 χ^2 、F、t 統計量間的關係為：

$$1. F_{1-\alpha}(1, df) = t_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(df)$$

$$2. F_{1-\alpha}(1, \infty) = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$$

$$3. df F_{1-\alpha}(df, \infty) = \chi_{1-\alpha}^2(df)$$

$$4. df F_{1-\alpha}(\infty, df) = \chi_{\alpha}^2(df)$$

$$5. \chi_{1-\alpha}^2(1) = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$$

$$6. t_{1-\alpha}(\infty) = Z_{(1-\alpha)}$$

III. 影響樣本統計量分配形狀的因素

1. 樣本 n 的大小: n 愈大，愈接近常態分配。
2. 母群體分配的性質: 母群是否為常態分配。
3. 不同的統計量: 如 $\bar{X}$ 、Z、 χ^2 、F、t。

() 9. 某生隨機從一個 0 到 1 的均等分配中抽取兩個數並計算總和，該生重複這個動作 1000 次，試問下列敘述何者為假？(A) 若計算的不是總和而是兩個數的平均，所得樣本的標準差是原先標準差的 1/2 (B) 這 1000 個樣本的標準差可以代表母群的標準差 (C) 所得樣本形成的分配接近常態分配 (D) 這 1000 次抽樣所得的平均分數接近 0.5。

命中講義 P.65

心理與教育統計

[補充] 柴比雪夫氏不等式(Chebyshev's inequality)(已經不考，看一看就好)

定義：任意隨機變項 X ，對期觀察直落於 K 個標準差之間的機率至少為 $(1 - \frac{1}{k^2})$ ，

亦即： $P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$

若 $k=2$ ，此定理說明了隨機變項 X 對其均數落在二個標準差之內的機率，至少有 $1 - (1/2)^2 = 3/4$ 。亦即任意分配的觀察值，有四分之三或更多落在區間 $\mu \pm 2\sigma$ 內。同樣的，此定理說明任一分配的觀察值至少有九分之八落在區間 $\mu \pm 3\sigma$ 內。柴比雪夫氏不等式觀察值得任何分配皆成立，因此他的結論通常相當弱。此定理指給予最低限的值。亦即，知道一隨機變項對其均數的值在二個標準差間的機率不小於 3/4，但是不知道它比 3/4 多了多少。僅機率分配為已知的情況下，方能求得正確的機率。

b. 二項分配(binomial distribution)

1. 貝諾里試行(Bernoulli trials)：

在一項隨機實驗中，其出像只能分為「成功」及「失敗」兩種，則此項隨機實驗稱之「貝諾里實驗」。

2. 二項式分配(binomial distribution)

(1) 連續的數次貝諾里試行即為「二項分配」。

(2) 二項式分配之特性：

- i. 每次的試行彼此獨立，且在每次試行中， p 不變。
- ii. 每次試行只分成功及失敗兩種互斥結果，且 $p+q=1$ 。
- iii. 採歸返法。

(3) 機率函數： $f(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$

n ：全部的試行次數； x ：成功的次數； p ：成功的機率； q ：成敗的機率。

(4) $E(X) = n \cdot p$

$V(X) = n \cdot p \cdot q$

例題 6-13

如果將一顆公正的骰子擲 5 次，試計算擲出兩個 6 點和 3 個非 6 點的機率為何？

ANS：

$$f(2) = C_2^5 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-2} = .161$$

() 11. 下列敘述何者有誤？(A) 當樣本數愈大時，愈容易達顯著 (B) 當其它條件維持不變時，第一類錯誤上升，則統計檢定力下降 (C) 若相類似的兩個實驗都以 t 檢定進行分析，其中前者的 p 值達.01 顯著，後者則達.001 顯著，表示後者實驗的效果大於前者 (D) 當代表虛無假設 (H_0) 與科學假設 (H_1) 的兩分配的平均數差距愈大時，統計結果愈容易達顯著。

命中講義 P.106

心理與教育統計

1. H_0 為真，接受 H_0 ：決策正確，其機率為 $1-\alpha$
2. H_0 為真，拒絕 H_0 ：稱為「第一類型錯誤」(type I error)，其機率為 α 。
3. H_0 為假(H_1 為真)，接受 H_1 ：稱為「第二類型錯誤」(type II error)，其機率為 β 。
4. H_0 為假(H_1 為真)，拒絕 H_1 ：決策正確，其機率為 $1-\beta$ ，稱為「檢定力」或「統計考驗力」(power of test)

二、 α 與 β 的關係

1. α 和 β 相互關聯，其中一個機率變大(小)，則另一個機率隨之變小(大)，例如： $\alpha \nearrow$ vs. $\beta \searrow$ ； $\alpha \searrow$ vs. $\beta \nearrow$ 。
2. 增加一本數 n ，因抽樣分配集中會使 α 和 β 值同時減少，例如 $\bar{X}$ 的抽樣分配 $n \uparrow$ 則 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \searrow$ 。
3. $\alpha + \beta$ 不一定等於 1。
4. 拒絕 H_0 時，若臨界值向 H_1 的平均數接近(右移)，則 $\beta \nearrow$ ($\alpha \searrow$)；反之，若臨界值向 H_1 的平均數遠離(左移)，則 $\beta \searrow$ ($\alpha \nearrow$)。

三、 α 與 β 大小的選擇

α 減小，此時 β 增加，而且 $1-\beta$ (統計考驗力)也隨之變小，因此犯那一型錯誤較嚴重，要是研究者所重視的目的而定。例如：

1. 在開發新藥品中，犯型 I 錯誤較嚴重，因為讓較差的藥品上市比未讓優良的藥品上市所犯的錯誤更嚴重，其他心理與教育的研究亦是如此。
2. 在「訊號偵測理論」中，得知「雷達兵」犯型 II 錯誤較嚴重(雷達顯示敵機來襲，卻未加以發現)；反之『飛彈官』犯型 I 錯誤較嚴重(敵機未出現，卻發射飛彈)。

四、增加 $1-\beta$ (統計考驗力)的方法：

1. 增加 α 。
2. 母群的變異數 σ_x^2 變小。
3. 增加樣本數 n ，則 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ 變小。
4. H_0 和 H_1 的平均值差異變大(可以用來計算效果量，進而推估 Power)。

() 14. 下列何者與變異數分析的邏輯無關？(A) 變異數同質性 (B) 組間與組內變異數相比 (C) 中央極限定理 (D) 獨變項之間必須是獨立的。

命中講義 P.124

心理與教育統計

第十章 單因子變異數分析

朱浩編制

10-1 基本概念

兩組資料比較其平均數的差異時，使用 Z 檢定或 t 檢定；但是考驗三個或三個以上母群平均數的差異顯著性，就需要使用「變異數分析」(analysis of variance，簡稱 ANOVA)，其原理為考驗實驗變異量和誤差變異量的比值是否有顯著的差異，故也有人稱為「F 統計法」，但是請小心二者之間仍有差異，不能視為完全相同。

- 一、若討論一個自變項的變異數分析，亦即「單因子變異數分析」(one-way ANOVA)。
- 二、若討論二個自變項的變異數分析，亦即「二因子變異數分析」(two-way ANOVA)，以此類推。
- 三、假若超過二因子以上(含二個因子)，即稱為「多因子變異數分析」(multi-way ANOVA)。

10-1-1 變異數分析的基本假定

一、常態性(normality)

樣本所來自的母群必須都是常態分配，否則分配偏離常態太多，則違反中央極限定理的推論，必須採用無母數統計。

二、觀察值獨立性(independent observation)

因為樣本是經過隨機抽樣獲得，故每一筆從母群中所抽出的樣本值，彼此間不能有相關存在。

三、可加性(additivity)

總變異可正好分割為數個變易來源的總和。如 $SS_t = SS_b + SS_w$ 。

四、同質性(homogeneity)

正如同 t 檢定一樣，進行假設考驗之前，必須以 H_0 為真的前提，進行考驗，所以各組樣本所來自母群的變異數必須相同，

即 $\sigma_a^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$ 。

() 18. 下列何種檢定或係數適用於檢驗兩個次序量尺變項之間的相關？(A) Fisher's exact test (B) r (C) χ^2 (D) Kendall's τ 。

命中講義 P.181

心理與教育統計

七、等級相關(適用於兩個變項都是次序變項)：

1. 斯皮爾曼等級相關(r_s)

2 個評分者評 N 個人(作品)，或同一個評分者先後 2 次評 N 個人(作品)之間的一致性，是一種『評分者信度』。

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{N(N^2 - 1)}$$

2. 肯德爾等級相關(τ /tau/)

基本定義同 r_s ，但適用於受試者人數極少時。

$$r = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N+1)}$$

八、肯德爾和諧係數(W):

2 個以上的評分者，評 N 個人(作品)，所評等第間是否相關一致。亦是一種『評分者間信度』。

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12}k^2(N^3 - N)}$$

九、Kappa 一致性係數(K):

當評分的對象不是次序變項而是類別變項時，則用 Kappa 統計法，求其『評分者間信度』。

例如： k 個醫師根據量表，將 N 個病人以診斷後各歸類 m 個心理疾病類別，求其評斷的一致性。

$$K = \frac{P(A) - P(E)}{1 - P(E)}$$

() 19. 假設母親的生產年齡可以解釋孩子智力 64% 的變異，今某童智力測驗測得智力為 100，該智力測驗的標準差為 10，若已知該童出生時其母 25 歲，則在 95% 信心水準下下列何者正確：(A) 該童智力約為 80 到 120 之間 (B) 該童智力約為 88 到 112 之間 (C) 該童智力約為 75 到 125 之間 (D) 該童智力約為 90 到 110 之間。

命中講義 P.90

心理與教育統計

12-6-6 多元共線性的問題

在多元迴歸的假定中，我們很擔心建立的多元迴歸，會出現多元共線的現象，因為這代表各個預測變項之間相關過高，我們僅需要挑出一個預測變項即可，因為我們擔心會出現相關係數高估的問題。因此對於某一個預測變項共線性的檢驗，可以使用容忍值(tolerance)或變異數膨脹因素(variance inflation factor, VIF)來評估(二個指標為倒數關係)。

R_i^2 為某一個預測變項被其他預測變項當作效標變項來預測時，該預測變項可以被解釋的比例， $1 - R_i^2$ (容忍值) 為該預測變項被其他預測變項無法解釋的殘差比。 R_i^2 比例越高，容忍值越小，代表預測變項不可解釋殘差比低，VIF 越大，即預測變項迴歸係數的變異數增加，共變性越明顯。

() 20. 連續投擲十個公正硬幣 100 次並且每次都記錄出現人頭的次數，請問所觀察到的事件接近下列何種分配？(A) 常態分配 (B) 均等分配 (C) 二項分配 (D) 指數分配。

命中講義 P.65

心理與教育統計

[補充] 柴比雪夫氏不等式(Chebyshev's inequality)(已經不考，看一看就好)

定義：任意隨機變項 X ，對期觀察直落於 K 個標準差之間的機率至少為 $(1 - \frac{1}{k^2})$ ，

亦即： $P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$

若 $k=2$ ，此定理說明了隨機變項 X 對其均數落在二個標準差之內的機率，至少有 $1 - (1/2)^2 = 3/4$ 。亦即任意分配的觀察值，有四分之三或更多落在區間 $\mu \pm 2\sigma$ 內。同樣的，此定理說明任一分配的觀察值至少有九分之八落在區間 $\mu \pm 3\sigma$ 內。柴比雪夫氏不等式觀察值得任何分配皆成立，因此他的結論通常相當弱。此定理指給予最低限的值。亦即，知道一隨機變項對其均數的值在二個標準差間的機率不小於 $3/4$ ，但是不知道它比 $3/4$ 多了多少。僅機率分配為已知的情況下，方能求得正確的機率。

b. 二項分配(binomial distribution)

1. 貝諾里試行(Bernoulli trials)：

在一項隨機實驗中，其出像只能分為「成功」及「失敗」兩種，則此項隨機實驗稱之「貝諾里實驗」。

2. 二項式分配(binomial distribution)

(1) 連續的數次貝諾里試行即為「二項分配」。

(2) 二項式分配之特性：

- 每次的試行彼此獨立，且在每次試行中， p 不變。
- 每次試行只分成功及失敗兩種互斥結果，且 $p+q=1$ 。
- 採歸返法。

(3) 機率函數： $f(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$

n ：全部的試行次數； x ：成功的次數； p ：成功的機率； q ：成敗的機率。

(4) $E(X) = n \cdot p$

$V(X) = n \cdot p \cdot q$

例題 6-13

如果將一顆公正的骰子擲 5 次，試計算擲出兩個 6 點和 3 個非 6 點的機率為何？

ANS：

$$f(2) = C_2^5 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-2} = .161$$

() 22. 某生得到一份二因子等格設計的變異數分析摘要表，如下表所示。然而這份摘要表的數據並不完整，某些細格內的數據已經遺失，或僅以英文字母暫代。請你運用你對變異數分析的知識，幫助該生推論那些遺失的數據。根據你的推論，表格中的 b 應該為何？(A) 4 (B) 16 (C) 3 (D) 12。

Source	df	SS	MS	F
A	3			4
Residuals	b	60	5	
B		d		2
AB	6		20	e
Residuals	c	600		

() 23. 承第 22 題，c 的數值應為多少：(A) 24 (B) 30 (C) 20 (D) 80。

() 24. 承第 22 題，d 的數值應為多少：(A) 120 (B) 250 (C) 80 (D) 60。

() 25. 承第 22 題，e 的數值應為多少：(A) 0.8 (B) 0.6 (C) 0.2 (D) 0.3。

22~25 (題組) 命中講義 P.159.160

11-4 混和設計二因子變異數分析($A \times B = \text{間} \times \text{內}$)

例題 11-2

某研究者想探討「不同色調光線」及「有無提供回饋」對反應時間的影響，如下表，試考驗其 A、B 主要效果和 $A \times B$ 交互作用，是否達顯著水準？($\alpha = .05$)
(本例子引自林清山，民 81，p385)

		B: j=1~q			
s: m=1~n		b ₁ (紅)	b ₂ (綠)	b ₃ (黃)	
A: (i=1~p)	a ₁ (有回饋)	S ₁ 4	1	3	8
	S ₂ 9	3	9	21	
	S ₃ 8 36	4 16	6 32	18 84	
	S ₄ 9	5	5	19	
	s 6	3	9	18	
	a ₂ (無回饋)	S ₁ 3	7	11	21
	S ₂ 8	3	8	19	
	S ₃ 5 25	4 21	10 50	19 96	
	S ₄ 6	2	12	20	
	s 3	5	9	17	
s: m=1~n		61	37	82	180

一、劃出實驗成績表，如題目：

二、ANOVA 之代號摘要表

SV	SS	df	
A	A-X	p-1	
B	B-X	q-1	
S/A	AS-A	p(n-1)	
AB	AB-A-B=X	(p-1)(q-1)	
BS/A	ABS-AB-AS+A	p(q-1)(n-1)	
Total	ABS-X	pqn-1	

三、計算各代號

$$\frac{A}{(\bar{X}_i)} = \frac{\sum_i^p (\sum_m^n \sum_j^q X_{ijm})^2}{n \cdot q} = \frac{84^2 + 96^2}{15} = 1084.8$$

$$\frac{B}{(\bar{X}_j)} = \frac{\sum_j^q (\sum_m^n \sum_i^p X_{ijm})^2}{n \cdot q} = \frac{61^2 + 37^2 + 82^2}{5 \times 2} = 1181.4$$

$$\frac{AB}{(\bar{X}_{ij})} = \frac{\sum_j^q \sum_i^p (\sum_m^n X_{ijm})^2}{n} = \frac{36^2 + 16^2 + \dots + 50^2}{5} = 1228.4$$

$$\frac{AS}{(\bar{X}_{im})} = \frac{\sum_m^n \sum_i^p (\sum_j^q X_{ijm})^2}{n} = \frac{8^2 + 21^2 + 18^2 + \dots + 17^2}{5} = 1122$$

$$\frac{ABS}{(\bar{X}_{jm})} = \sum_m^n \sum_j^q \sum_i^p (X_{ijm})^2 = 4^2 + 9^2 + 8^2 + \dots + 9^2 = 1326$$

$$\frac{X}{(\bar{X})} = \frac{(\sum_m^n \sum_j^q \sum_i^p X_{ijm})^2}{p \cdot q \cdot n} = \frac{(180)^2}{5 \times 2 \times 3} = 1080$$

四、寫出 ANOVA 摘要表

SV	SS	df	MS	F
A(有無回饋)	4.8	1	4.8	1.03
B(不同色光)	101.4	2	50.7	13.41*
S/A(個別差異)	37.2	8	4.65	
AB(交互作用)	42.2	2	21.1	5.18*
BS/A(殘差)	60.4	16	3.78	
Total(總變異)	24.6	29		
*p<.05			$F_{.95(2,16)} = 3.63$	