

考試科目	心理與教育統計學	系所別	心理系 二年級	考試時間	7月8日(三)第4節
------	----------	-----	------------	------	------------

7. 關於 Pearson's  $r$  的描述下列何者正確：(A) 與簡單線性迴歸模型中的迴歸係數相同 (B) 使用  $t$  test 檢定，自由度為  $n-1$  (C)  $r_{xy}$  正比於  $x$  和  $y$  的共變數 (D)  $r_{xy}=0$  時表示  $x$  與  $y$  之間並不存在任何形式的相關。

### 講義 P175~178 積差相關觀念

#### 12-2 積差相關係數的解釋：

##### 一、相關係數的檢定：

$r$  值意義和樣本大小有密切相關，當樣本  $N$  很小時，雖然得到高的  $r$  值，也許是機遇造成。反之，雖然  $r$  值較小，但樣本  $N$  非常大，則此  $r$  值便不可忽視。因此要加以檢定，以確定相關係數是否為 0。

例：21 名學生國語和數學的相關，是  $r=.45$ ，我們想知道這  $r=.45$  是不是機率造成？

查相關係數檢定的附表，發現  $df=N-2=.19$   $\alpha=.5$  的臨界值為 .433，因為計算  $r$  值 .45 大於臨界  $r$  值 .433，故可宣稱 21 名學生國語、數學的相關的確是正相關，而非機遇造成。

##### 二、有相關並不一定有因果關係理由：

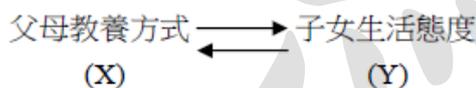
##### 1. 雙變項之間具有第三共同元素：

例：



##### 2. 雙變項之間具有可逆性推論：

例：



8. 如果  $x$  和  $y$  都是次序量尺，下列何種相關指標較為合適：(A) Spearman's Rho (B) Pearson's  $r$  (C) Chi Square (D) Cramer's  $V$ 。

### 講義 P179~181 其他相關類型

11. 某生進行受試內設計實驗並針對資料進行二因子變異數分析。假設兩個因子分別為 A 和 B，受試者編號變項為 s。但由於報表打印時受到油墨污漬，僅能辨識部分資訊（見下表），試推論下表中，a 的數值應為多少？(A) 120 (B) 150 (C) 60 (D) 80。

Source	df	SS	MS	F
A	3			4
	b	a	5	
B/s	20		40	10
AB	6	d	20	e
AB/s	c	600		

### 講義 P160 二因子混和設計

#### 11-4 混和設計二因子變異數分析(A×B=間×內)

##### 例題 11-2

某研究者想探討「不同色調光線」及「有無提供回饋」對反應時間的影響，如下表，試考驗其 A、B 主要效果和 A×B 交互作用，是否達顯著水準？( $\alpha = .05$ )  
(本例子引自林清山，民 81，p385)

18. 下列關於各類機率分配的描述何者不正確：(A) t 分配有一個自由度 (B) 常態分配為一對稱於中央高峰，漸次向兩側遞減的分配 (C) F 分配是 Z 分數的加總 (D) 均等分配的平均數等於中位數。

### 講義 P81~P82 分配間關係

#### ※ F 分配的特性

1. 由於 F 為兩平方量之比值，故  $0 \leq F \leq \infty$ ，即 F 均為正值。
2. 每一對  $df_1$ ， $df_2$  就有一條分配曲線，如圖 9-5。
3. 與  $\chi^2$  分配一樣，F 分配一為正偏分配，惟當  $df_1$ ， $df_2$  增加時，偏斜程度降低。
4.  $df_2 \rightarrow \infty$  時， $F=1$ ；當  $df_1=1$ ， $df_2=\infty$  時， $\sqrt{F}$  會趨近於 Z 分配。
5. 曲線下面積為 1，故 F 分配為機率分配，其機率值可查 F 分配表。
6. F 分配常用來檢定兩常態母體之變異數是否相同。

25. 下列各圖中，何者標示出中位數所在位置：(A) 次數分配圖 (B) 箱形圖 (C) 折線圖 (D) 莖葉圖。

講義 P19 描述統計~箱型圖

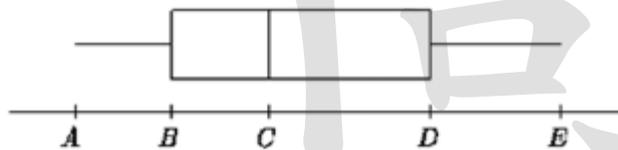
4. 莖葉圖(stem-and-leaf plot)：

莖	葉
6	1, 3, 4, 4, 5, 5, 7, 9
7	1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 8
8	0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 8
9	0, 0, 1, 3, 3, 4, 5, 6

圖 2-6 50 位學生國文成績莖葉圖

5. 盒鬚圖(box-and-whisker plot, 簡稱 boxplot)

盒鬚圖又稱箱型圖，是一很有效的表示資料的方法。下圖為一典型的盒鬚圖。



A 稱為資料的最小值，E 稱為最大值，B 與 D 則分別為資料的下四分位數及上四分位數，因此圖中盒子包含資料的中間 50% 部分。又 C 為資料的中位數。上圖包含一個盒子，及二凸出來的鬚，這是此圖命名的由來。

黑點

考試科目	8/2/4 心理及教育統計學	系所別	心理系 二年級	考試時間	7月11日(三) 第IV節
------	-------------------	-----	---------	------	---------------

( ) 1. Z 分配為標準常態分配，Z 分數的公式為  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ，將原始分數轉換成 Z 分數是一種常見的資料標準化動作。假設有一筆呈負偏分配的資料，現在將它轉成 Z 分數，試問這個分數形成的分配為：(A) 常態分配 (B) 正偏分配 (C) 負偏分配 (D) 均等分配。

### 命中講義 P.47

心理與教育統計

#### III. 常態化標準分數(非直線轉換):

將分數轉換為直線標準分數，目的在使不同測驗分數可以比較，但是當兩個分數的分配明顯不同時，如一個常態，一個偏態，就無法加以比較，因此必須將原始分數都轉換為常態分配的標準分數，才可以在常態分配曲線下加以比較，此分數稱為「常態化標準分數」。

##### 1. T 量表分數：

McCall 於 1922 年創用，與 T 分數一樣  $T=50+10Z$ ，但是 T 量表分數，經過「常態化」，一定是常態分配，目前 T 量表分數是使用最普遍的常態化標準分數。

##### 2. 標準九(stanine)、Sten 分數、C 量表分數：不常考

標準分數的轉換方式與名稱:

##### 1、直線轉換(linear transformation)，則稱為『直線標準分數』(linear standard score)

不管原始分配形狀為何，做過直線轉換後，分配形狀不會改變，例如：原始分數是常態分配，經直線轉換後，仍為常態分配；若是非常態分配則經直線轉換後，仍為非常態分配，因此其相對位置是不變的，像是 Z 分數。

##### 2、非直線轉換(nonlinear transformation)，則稱為「常態化標準分數」(normalized standard score)

不管原始分配為何，做過非直線轉換後，其分配形狀會成為常態分配，例如原始分配為非常態分配，則必須轉換為常態分配(稱常態化)，它是一種非直線的轉換過程，因為分數之間的相對位置已經改變了，像是百分等級。

- ( ) 3. 以下何者不是簡單線性迴歸模型的假設？(A) 預測變項須為等距量尺以上 (B) 依變項常態分配  
(C) 預測變項與誤差沒有相關 (D) 誤差呈常態分配。

## 命中講義 P.183

心理與教育統計

### 12-5 迴歸分析

#### 12-5-1 簡單線性迴歸(一元線性迴歸)

一、只根據一個「預測變項」來預測一個「效標變項」，稱為「簡單線性迴歸」(simple linear regression)或「單迴歸」。

迴歸方程式:  $\hat{Y} = bX + a$

其中， $b$  是斜率(slope)或稱回歸係數(regression coefficient)； $a$  是截距(intercept)

二、迴歸的基本假定:

1. 常態性： $X_i \sim N.D.(\mu_X, \sigma_X^2)$ ； $Y_i \sim N.D.(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ； $e_i \sim N.D.(0, \sigma_e^2)$ 。
2. 直線性： $X$  和  $Y$  互為線性關係，即  $\hat{Y} = bX + a$ 。
3. 同質性：估計標準誤符合等分散性。
4. 獨立性： $\rho_{X_1, X_2} = 0$ ； $\rho_{Y_1, Y_2} = 0$ ； $\rho_{e_1, e_2} = 0$ ； $\rho_{X_e} = 0$ ； $\rho_{Y_e} = 0$

三、違反假定時的統計分析：

1. 重新建立模式：如採用加權的最小平方法(WLS)。
2. 將變項加以轉換：如採用對數、平方根或倒數進行運算。

#### 12-5-2 直線迴歸的預測步驟

一、利用原始分數預測：

在  $X$  預測變項與  $Y$  效標變相的散佈圖中，設法找出一條直線，使各點至此線而平行於  $Y$  軸的距離平方和最小，亦即「誤差的平方和」為最小值

( $\sum(Y - \hat{Y})^2 = \min$ )則此直線即是由  $X$  變項預測  $Y$  變項的「最適合線」(best-fit line)或稱「迴歸線」，其方程式為  $\hat{Y} = bX + a$ 。此方法則稱為「最小平方法」(method of least square)。

$$\sum(Y - \hat{Y})^2 = \min$$

$\sum(Y - bX - a)^2 = \min$  經「偏微分」，可知  $b$ 、 $a$  多少時， $\sum(Y - bX - a)^2$  為最小

( ) 7. 下列何者不是描述一個分配集中趨勢的指標 (A) 平均數 (B) 全距 (C) 眾數 (D) 中位數。

命中講義 P.24

心理與教育統計

## 第三章 集中量數

朱浩編制

- 一、集中量數(或趨中量數)(measures of central tendency): 用來描述集中情形的代表值, 可表示大部分的分數集中在那一個中心位置。
- 二、種類有五種: (後兩種很少使用, 故不談)
  1. 算術平均數(arithmetic mean, M、 $\bar{X}$ )
  2. 中數(median, Md)
  3. 眾數(mode, Mo)
  4. 幾何平均數(geometric mean, GM)及調和平均數(harmonic mean, HM)  
「不考」

### I. 算術平均數

一、未歸類資料

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

已歸類資料

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

二、簡捷法

$$\bar{X} = AM + \left( \frac{\sum fX'}{N} \right) h$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \text{次數} \\ X' = \frac{X - AM}{h} \\ AM: \text{假定平均數} \\ h: \text{組距} \end{array} \right.$$

組別	組中點(X)	次數(f)	組中點×次數(fX)
75~79	77	1	77
70~74	72	2	144
65~69	67	4	268
60~64	62	5	310
55~59	57	8	456
50~54	52	10	520
45~49	47	9	423
40~44	42	7	294
35~39	37	4	148
30~34	32	2	64

$$\bar{X} = \frac{2780}{55} = 50.55 \text{分}$$

( ) 8. 下列關於 Z 分配和 t 分配的描述何者不正確？(A) t 分配的樣貌會隨著自由度而改變 (B) Z 分配的標準差永遠為 1 (C) 一般來說，Z 分配比 t 分配來得較為集中 (D) Z 分配和 t 分配都是由兩個參數決定。

## 命中講義 P.82

心理與教育統計

### (2) t 分配與 Z 分配的比較

由 t 分配與標準常態分配(Z 分配)之重要表徵數的比較得知：

※ 相同處

1. 範圍在 $-\infty$ 與 $+\infty$ 之間。
2. 以 0 為中心的左右對稱分配。

※ 相異處

1. t 分配的變異程度較大。
2. t 分配的峰態為高狹峰，Z 分配的峰態為常態峰。
3. 只有 t 分配會受自由度影響

### (3) $\chi^2$ 、F、t 統計量的定義與實用公式：

$\chi^2$ 、F、t 統計量所來自之母體分配皆為常態分配，當母體之平均數  $\mu$ ，變異數  $\sigma^2$  已知，則定義公式得以成立；但母數  $\mu$ 、 $\sigma^2$  常是統計推論的對象，此時就該使用實用公式。

### (4) Z、 $\chi^2$ 、F、t 統計量間的關係

在自由度不同下，Z、 $\chi^2$ 、F、t 統計量間的關係為：

$$1. F_{1-\alpha}(1, df) = t_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(df)$$

$$2. F_{1-\alpha}(1, \infty) = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$$

$$3. df F_{1-\alpha}(df, \infty) = \chi_{1-\alpha}^2(df)$$

$$4. df/F_{1-\alpha}(\infty, df) = \chi_{\alpha}^2(df)$$

$$5. \chi_{1-\alpha}^2(1) = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$$

$$6. t_{1-\alpha}(\infty) = Z_{(1-\alpha)}$$

### III. 影響樣本統計量分配形狀的因素

1. 樣本 n 的大小:n 愈大，愈接近常態分配。
2. 母群體分配的性質:母群是否為常態分配。
3. 不同的統計量:如  $\bar{X}$ 、Z、 $\chi^2$ 、F、t。

( ) 9. 某生隨機從一個 0 到 1 的均等分配中抽取兩個數並計算總和，該生重複這個動作 1000 次，試問下列敘述何者為假？(A) 若計算的不是總和而是兩個數的平均，所得樣本的標準差是原先標準差的 1/2 (B) 這 1000 個樣本的標準差可以代表母群的標準差 (C) 所得樣本形成的分配接近常態分配 (D) 這 1000 次抽樣所得的平均分數接近 0.5。

## 命中講義 P.65

心理與教育統計

[補充] 柴比雪夫氏不等式(Chebyshev's inequality)(已經不考，看一看就好)

定義：任意隨機變項  $X$ ，對期觀察直落於  $K$  個標準差之間的機率至少為  $(1 - \frac{1}{k^2})$ ，

亦即： $P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$

若  $k=2$ ，此定理說明了隨機變項  $X$  對其均數落在二個標準差之內的機率，至少有  $1 - (1/2)^2 = 3/4$ 。亦即任意分配的觀察值，有四分之三或更多落在區間  $\mu \pm 2\sigma$  內。同樣的，此定理說明任一分配的觀察值至少有九分之八落在區間  $\mu \pm 3\sigma$  內。柴比雪夫氏不等式觀察值得任何分配皆成立，因此他的結論通常相當弱。此定理指給予最低限的值。亦即，知道一隨機變項對其均數的值在二個標準差間的機率不小於 3/4，但是不知道它比 3/4 多了多少。僅機率分配為已知的情況下，方能求得正確的機率。

### b. 二項分配(binomial distribution)

#### 1. 貝諾里試行(Bernoulli trials)：

在一項隨機實驗中，其出像只能分為「成功」及「失敗」兩種，則此項隨機實驗稱之「貝諾里實驗」。

#### 2. 二項式分配(binomial distribution)

(1) 連續的數次貝諾里試行即為「二項分配」。

(2) 二項式分配之特性：

- i. 每次的試行彼此獨立，且在每次試行中， $p$  不變。
- ii. 每次試行只分成功及失敗兩種互斥結果，且  $p+q=1$ 。
- iii. 採歸返法。

(3) 機率函數： $f(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$

$n$ ：全部的試行次數； $x$ ：成功的次數； $p$ ：成功的機率； $q$ ：成敗的機率。

(4)  $E(X) = n \cdot p$

$V(X) = n \cdot p \cdot q$

#### 例題 6-13

如果將一顆公正的骰子擲 5 次，試計算擲出兩個 6 點和 3 個非 6 點的機率為何？

ANS：

$$f(2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-2} = .161$$

( ) 11. 下列敘述何者有誤？(A) 當樣本數愈大時，愈容易達顯著 (B) 當其它條件維持不變時，第一類錯誤上升，則統計檢定力下降 (C) 若相類似的兩個實驗都以 t 檢定進行分析，其中前者的 p 值達.01 顯著，後者則達.001 顯著，表示後者實驗的效果大於前者 (D) 當代表虛無假設 ( $H_0$ ) 與科學假設 ( $H_1$ ) 的兩分配的平均數差距愈大時，統計結果愈容易達顯著。

## 命中講義 P.106

心理與教育統計

1.  $H_0$  為真，接受  $H_0$ ：決策正確，其機率為  $1-\alpha$
2.  $H_0$  為真，拒絕  $H_0$ ：稱為「第一類型錯誤」(type I error)，其機率為  $\alpha$ 。
3.  $H_0$  為假( $H_1$  為真)，接受  $H_1$ ：稱為「第二類型錯誤」(type II error)，其機率為  $\beta$ 。
4.  $H_0$  為假( $H_1$  為真)，拒絕  $H_1$ ：決策正確，其機率為  $1-\beta$ ，稱為「檢定力」或「統計考驗力」(power of test)

### 二、 $\alpha$ 與 $\beta$ 的關係

1.  $\alpha$  和  $\beta$  相互關聯，其中一個機率變大(小)，則另一個機率隨之變小(大)，例如： $\alpha \nearrow$  vs.  $\beta \searrow$ ； $\alpha \searrow$  vs.  $\beta \nearrow$ 。
2. 增加一本數  $n$ ，因抽樣分配集中會使  $\alpha$  和  $\beta$  值同時減少，例如  $\bar{X}$  的抽樣分配  $n \uparrow$  則  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \searrow$ 。
3.  $\alpha + \beta$  不一定等於 1。
4. 拒絕  $H_0$  時，若臨界值向  $H_1$  的平均數接近(右移)，則  $\beta \nearrow$  ( $\alpha \searrow$ )；反之，若臨界值向  $H_1$  的平均數遠離(左移)，則  $\beta \searrow$  ( $\alpha \nearrow$ )。

### 三、 $\alpha$ 與 $\beta$ 大小的選擇

$\alpha$  減小，此時  $\beta$  增加，而且  $1-\beta$ (統計考驗力)也隨之變小，因此犯那一型錯誤較嚴重，要是研究者所重視的目的而定。例如：

1. 在開發新藥品中，犯型 I 錯誤較嚴重，因為讓較差的藥品上市比未讓優良的藥品上市所犯的錯誤更嚴重，其他心理與教育的研究亦是如此。
2. 在「訊號偵測理論」中，得知「雷達兵」犯型 II 錯誤較嚴重(雷達顯示敵機來襲，卻未加以發現)；反之「飛彈官」犯型 I 錯誤較嚴重(敵機未出現，卻發射飛彈)。

### 四、增加 $1-\beta$ (統計考驗力)的方法：

1. 增加  $\alpha$ 。
2. 母群的變異數  $\sigma_x^2$  變小。
3. 增加樣本數  $n$ ，則  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$  變小。
4.  $H_0$  和  $H_1$  的平均值差異變大(可以用來計算效果量，進而推估 Power)。

( ) 14. 下列何者與變異數分析的邏輯無關？(A) 變異數同質性 (B) 組間與組內變異數相比 (C) 中央極限定理 (D) 獨變項之間必須是獨立的。

命中講義 P.124

心理與教育統計

## 第十章 單因子變異數分析

朱浩編制

### 10-1 基本概念

兩組資料比較其平均數的差異時，使用 Z 檢定或 t 檢定；但是考驗三個或三個以上母群平均數的差異顯著性，就需要使用「變異數分析」(analysis of variance，簡稱 ANOVA)，其原理為考驗實驗變異量和誤差變異量的比值是否有顯著的差異，故也有人稱為「F 統計法」，但是請小心二者之間仍有差異，不能視為完全相同。

- 一、若討論一個自變項的變異數分析，亦即「單因子變異數分析」(one-way ANOVA)。
- 二、若討論二個自變項的變異數分析，亦即「二因子變異數分析」(two-way ANOVA)，以此類推。
- 三、假若超過二因子以上(含二個因子)，即稱為「多因子變異數分析」(multi-way ANOVA)。

#### 10-1-1 變異數分析的基本假定

##### 一、常態性(normality)

樣本所來自的母群必須都是常態分配，否則分配偏離常態太多，則違反中央極限定理的推論，必須採用無母數統計。

##### 二、觀察值獨立性(independent observation)

因為樣本是經過隨機抽樣獲得，故每一筆從母群中所抽出的樣本值，彼此間不能有相關存在。

##### 三、可加性(additivity)

總變異可正好分割為數個變易來源的總和。如  $SS_t = SS_b + SS_w$ 。

##### 四、同質性(homogeneity)

正如同 t 檢定一樣，進行假設考驗之前，必須以  $H_0$  為真的前提，進行考驗，所以各組樣本所來自母群的變異數必須相同，

即  $\sigma_a^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$ 。

( ) 18. 下列何種檢定或係數適用於檢驗兩個次序量尺變項之間的相關？(A) Fisher's exact test (B)  $r$  (C)  $\chi^2$  (D) Kendall's  $\tau$ 。

### 命中講義 P.181

心理與教育統計

七、等級相關(適用於兩個變項都是次序變項)：

1. 斯皮爾曼等級相關( $r_s$ )

2 個評分者評  $N$  個人(作品), 或同一個評分者先後 2 次評  $N$  個人(作品) 之間的一致性, 是一種「評分者信度」。

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{N(N^2 - 1)}$$

2. 肯德爾等級相關( $\tau$ /tau/)

基本定義同  $r_s$ , 但適用於受試者人數極少時。

$$r = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N+1)}$$

八、肯德爾和諧係數( $W$ ):

2 個以上的評分者, 評  $N$  個人(作品), 所評等第間是否相關一致。亦是一種「評分者間信度」。

$$W = \frac{S}{\frac{1}{12}k^2(N^3 - N)}$$

九、Kappa 一致性係數( $K$ ):

當評分的對象不是次序變項而是類別變項時, 則用 Kappa 統計法, 求其「評分者間信度」。

例如  $k$  個醫師根據量表, 將  $N$  個病人家以診斷後各歸類  $m$  個心理疾病類別, 求其評斷的一致性。

$$K = \frac{P(A) - P(E)}{1 - P(E)}$$

( ) 19. 假設母親的生產年齡可以解釋孩子智力 64% 的變異，今某童智力測驗測得智力為 100，該智力測驗的標準差為 10，若已知該童出生時其母 25 歲，則在 95% 信心水準下下列何者正確：(A) 該童智力約為 80 到 120 之間 (B) 該童智力約為 88 到 112 之間 (C) 該童智力約為 75 到 125 之間 (D) 該童智力約為 90 到 110 之間。

### 命中講義 P.90

心理與教育統計

#### 12-6-6 多元共線性的問題

在多元迴歸的假定中，我們很擔心建立的多元迴歸，會出現多元共線的現象，因為這代表各個預測變項之間相關過高，我們僅需要挑出一個預測變項即可，因為我們擔心會出現相關係數高估的問題。因此對於某一個預測變項共線性的檢驗，可以使用容忍值(tolerance)或變異數膨脹因素(variance inflation factor, VIF)來評估(二個指標為倒數關係)。

$R_i^2$  為某一個預測變項被其他預測變項當作效標變項來預測時，該預測變項可以被解釋的比例， $1 - R_i^2$  (容忍值) 為該預測變項被其他預測變項無法解釋的殘差比。 $R_i^2$  比例越高，容忍值越小，代表預測變項不可解釋殘差比低，VIF 越大，即預測變項迴歸係數的變異數增加，共變性越明顯。

( ) 20. 連續投擲十個公正硬幣 100 次並且每次都記錄出現人頭的次數，請問所觀察到的事件接近下列何種分配？(A) 常態分配 (B) 均等分配 (C) 二項分配 (D) 指數分配。

## 命中講義 P.65

心理與教育統計

[補充] 柴比雪夫氏不等式(Chebyshev's inequality)(已經不考，看一看就好)

定義：任意隨機變項  $X$ ，對期觀察直落於  $K$  個標準差之間的機率至少為  $(1 - \frac{1}{k^2})$ ，

亦即： $P(\mu - k\sigma < X < \mu + k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}$

若  $k=2$ ，此定理說明了隨機變項  $X$  對其均數落在二個標準差之內的機率，至少有  $1 - (1/2)^2 = 3/4$ 。亦即任意分配的觀察值，有四分之三或更多落在區間  $\mu \pm 2\sigma$  內。同樣的，此定理說明任一分配的觀察值至少有九分之八落在區間  $\mu \pm 3\sigma$  內。柴比雪夫氏不等式觀察值得任何分配皆成立，因此他的結論通常相當弱。此定理指給予最低限的值。亦即，知道一隨機變項對其均數的值在二個標準差間的機率不小於  $3/4$ ，但是不知道它比  $3/4$  多了多少。僅機率分配為已知的情況下，方能求得正確的機率。

### b. 二項分配(binomial distribution)

#### 1. 貝諾里試行(Bernoulli trials)：

在一項隨機實驗中，其出像只能分為「成功」及「失敗」兩種，則此項隨機實驗稱之「貝諾里實驗」。

#### 2. 二項式分配(binomial distribution)

(1) 連續的數次貝諾里試行即為「二項分配」。

(2) 二項式分配之特性：

- i. 每次的試行彼此獨立，且在每次試行中， $p$  不變。
- ii. 每次試行只分成功及失敗兩種互斥結果，且  $p+q=1$ 。
- iii. 採歸返法。

(3) 機率函數： $f(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$

$n$ ：全部的試行次數； $x$ ：成功的次數； $p$ ：成功的機率； $q$ ：成敗的機率。

(4)  $E(X) = n \cdot p$

$V(X) = n \cdot p \cdot q$

#### 例題 6-13

如果將一顆公正的骰子擲 5 次，試計算擲出兩個 6 點和 3 個非 6 點的機率為何？

ANS：

$$f(2) = C_2^5 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{5-2} = .161$$

( ) 22. 某生得到一份二因子等格設計的變異數分析摘要表，如下表所示。然而這份摘要表的數據並不完整，某些細格內的數據已經遺失，或僅以英文字母暫代。請你運用你對變異數分析的知識，幫助該生推論那些遺失的數據。根據你的推論，表格中的 b 應該為何？(A) 4 (B) 16 (C) 3 (D) 12。

Source	df	SS	MS	F
A	3			4
Residuals	b	60	5	
B		d		2
AB	6		20	e
Residuals	c	600		

( ) 23. 承第 22 題，c 的數值應為多少：(A) 24 (B) 30 (C) 20 (D) 80。

( ) 24. 承第 22 題，d 的數值應為多少：(A) 120 (B) 250 (C) 80 (D) 60。

( ) 25. 承第 22 題，e 的數值應為多少：(A) 0.8 (B) 0.6 (C) 0.2 (D) 0.3。

22~25 (題組) 命中講義 P.159.160

### 11-4 混和設計二因子變異數分析(A×B=間×內)

**例題 11-2**

某研究者想探討「不同色調光線」及「有無提供回饋」對反應時間的影響，如下表，試考驗其 A、B 主要效果和 AxB 交互作用，是否達顯著水準? $(\alpha=.05)$   
(本例子引自林清山，民 81，p385)

s:m=1~n		B:j=1~q			
		b <sub>1</sub> (紅)	b <sub>2</sub> (綠)	b <sub>3</sub> (黃)	
A: (i=1~p)	a <sub>1</sub> (有回饋)	S <sub>1</sub> 4	1	3	8
	S <sub>2</sub> 9	3	9	21	
	S <sub>3</sub> 8 36	4 16	6 32	18 84	
	S <sub>4</sub> 9	5	5	19	
	s	6	3	9	18
	a <sub>2</sub> (無回饋)	S <sub>1</sub> 3	7	11	21
	S <sub>2</sub> 8	3	8	19	
	S <sub>3</sub> 5 25	4 21	10 50	19 96	
S <sub>4</sub> 6	2	12	20		
s	3	5	9	17	
s:m=1~n		61	37	82	180

一、劃出實驗成績表，如題目:

二、ANOVA 之代號摘要表

SV	SS	df	
A	A-X	p-1	
B	B-X	q-1	
S/A	AS-A	p(n-1)	
AB	AB-A-B=X	(p-1)(q-1)	
BS/A	ABS-AB-AS+A	p(q-1)(n-1)	
Total	ABS-X	pqn-1	

## 三、計算各代號

$$\frac{A}{(\bar{x}_i)} = \frac{\sum_i^p (\sum_m^n \sum_j^q X_{ijm})^2}{n \cdot q} = \frac{84^2 + 96^2}{15} = 1084.8$$

$$\frac{B}{(\bar{x}_j)} = \frac{\sum_j^q (\sum_m^n \sum_i^p X_{ijm})^2}{n \cdot q} = \frac{61^2 + 37^2 + 82^2}{5 \times 2} = 1181.4$$

$$\frac{AB}{(\bar{x}_j)} = \frac{\sum_j^q \sum_i^p (\sum_m^n X_{ijm})^2}{n} = \frac{36^2 + 16^2 + \dots + 50^2}{5} = 1228.4$$

$$\frac{AS}{(\bar{x}_{im})} = \frac{\sum_m^n \sum_i^p (\sum_j^q X_{ijm})^2}{n} = \frac{8^2 + 21^2 + 18^2 + \dots + 17^2}{5} = 1122$$

$$\frac{ABS}{(\bar{x}_{jm})} = \sum_m^n \sum_j^q \sum_i^p (X_{ijm})^2 = 4^2 + 9^2 + 8^2 + \dots + 9^2 = 1326$$

$$\frac{X}{(\bar{x})} = \frac{(\sum_m^n \sum_j^q \sum_i^p X_{ijm})^2}{p \cdot q \cdot n} = \frac{(180)^2}{5 \times 2 \times 3} = 1080$$

## 四、寫出 ANOVA 摘要表

SV	SS	df	MS	F
A(有無回饋)	4.8	1	4.8	1.03
B(不同色光)	101.4	2	50.7	13.41*
S/A(個別差異)	37.2	8	4.65	
AB(交互作用)	42.2	2	21.1	5.18*
BS/A(殘差)	60.4	16	3.78	
Total(總變異)	24.6	29		
*p<.05				$F_{.95(2,16)} = 3.63$